N°8. Movimiento en dos dimensiones.

Un proyectil es disparado con un ángulo inicial α respecto a la horizontal.

a) Hallar la expresión del radio de curvatura en el punto más alto de la trayectoria
b) Calcular dicho radio para los datos: $\alpha = 30°$ y $v_0 = 10$ m/s
c) Con los datos (b), calcular el radio de curvatura cuando está en la mitad de altura al subir y al bajar, y comprobar que dichos radios son iguales.

PRE-REQUISITOS (LO QUE TENÉS QUE SABER PARA HACER ESTE PROBLEMA):

Saber la teoría de tiro oblicuo. Ángulos y trigonometría. Ecuaciones paramétricas. MRUV y MRU. Vectores. Componentes intrínsecas de la aceleración. Cálculo de componente tangencial y componente normal. Cálculo del radio de curvatura. Función lineal. Función cuadrática.

ORIENTACIONES PARA HACER EL PROBLEMA POR VOS MISMO:

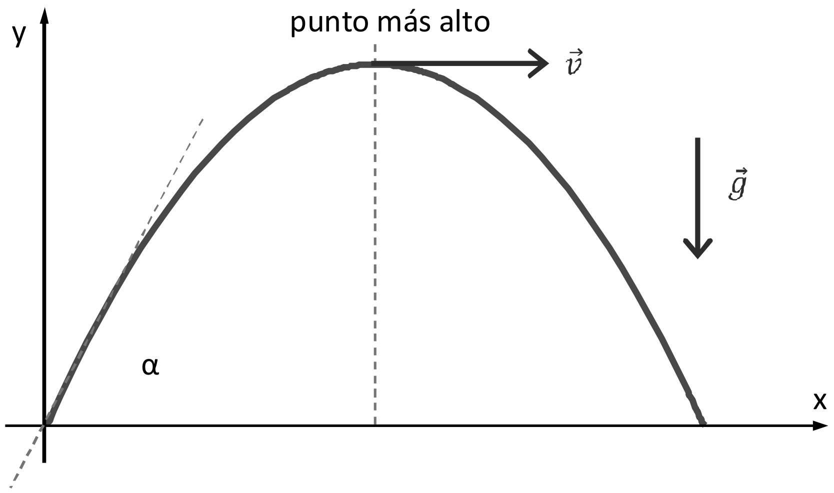
Punto a) analizar el movimiento y escribir las ecuaciones del movimiento. Expresar el radio de curvatura en ese punto, conociendo la fórmula que la relaciona con la aceleración normal (en este caso, g).

Punto b) calcular la expresión anterior usando los datos del problema.

Punto c) hallar los instantes t_1 y t_2 donde se tiene hmax, con ellos, calcular todo lo mismo que en el punto (b) para obtener los radios de curvatura, que deben dar iguales.

RESOLUCIÓN. <u>NO LEAS ESTO PRIMERO</u>, LO PRIMERO ES HACERLO VOS USANDO LAS ORIENTACIONES ANTERIORES:

Análisis previo del movimiento:



y) MRUV	x) MRU
$y(t) = y_o + v_{oy}\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$	$x(t) = x_o + v_{ox}\, t$
$v_y\,(t) = v_{oy} - g\, t$	$v_x\,(t) = v_{ox}$
$a_y\,(t) = -g$	$a_x\,(t) = 0$

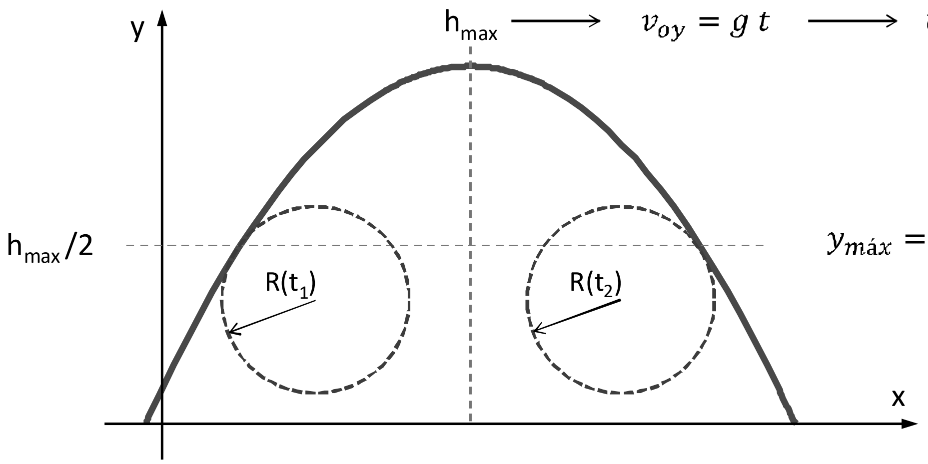
a) En el punto más alto, la velocidad es $\vec{v} = v_{ox}\,\breve{\imath}$ (toda en el eje x), y la aceleración normal es exactamente $\vec{g}$; por ello:

$$g = \frac{|v_{ox}|^2}{R} \qquad \boxed{R = \frac{|v_{ox}|^2}{g}}$$

b) Reemplazando:

$$R = \frac{|v_{ox}|^2}{g} = \frac{(v_o \cos 30°)^2}{g} = \frac{\left(10\,\frac{m}{s}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{9{,}8\,\frac{m}{s^2}} = \boxed{7{,}65\ m}$$

d) Son dos radios de curvatura en los dos instantes que tienen la misma altura (t_1 y t_2), que tienen que dar lo mismo.



$$h_{max} \longrightarrow v_{oy} = g\,t \longrightarrow t_{hmáx} = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$y_{máx} = v_{oy}\frac{v_{oy}}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{oy}}{g}\right)^2$$

$$y_{máx} = \frac{{v_{oy}}^2}{2\,g}$$

$$t_1 = 0{,}149\ s$$

$$\frac{y_{máx}}{2} = \frac{{v_{oy}}^2}{4\,g} = v_{oy}\,t - \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$t_2 = 0{,}871\ s$$

Hay que hallar la rapidez y el módulo de la aceleración normal para esos dos instantes:

t_1

$$v_y\,(0{,}149\ s) = v_{oy} - g\,t = 3{,}54$$

$$v_x\,(0{,}149\ s) = v_{ox} = 5\,\sqrt{3}$$

$$v\,(0{,}149\ s) = \mathbf{9{,}36}$$

$$\vec{a}_t(0{,}149\ s) = (\vec{g}\cdot\vec{v})\frac{\vec{v}}{v^2} = (-3{,}43; -1{,}4)$$

$$\vec{a}_n = \vec{g} - \vec{a}_t(0{,}149\ s) = (3{,}43; -8{,}4)$$

$$a_n\,(0{,}149\ s) = \mathbf{9{,}073}$$

t_2

$$v_y\,(0{,}871\ s) = v_{oy} - g\,t = -3{,}54$$

$$v_x\,(0{,}871\ s) = v_{ox} = 5\,\sqrt{3}$$

$$v\,(0{,}871\ s) = \mathbf{9{,}36}$$

$$\vec{a}_t(0{,}871\ s) = (\vec{g}\cdot\vec{v})\frac{\vec{v}}{v^2} = (3{,}43; -1{,}4)$$

$$\vec{a}_n = \vec{g} - \vec{a}_t(0{,}871\ s) = (-3{,}43; -8{,}4)$$

$$a_n\,(0{,}871\ s) = \mathbf{9{,}073}$$

Ya no hay ninguna duda que R será igual

$$R = \frac{|v|^2}{a_n} = \frac{9{,}36^2}{9{,}073} = \boxed{9{,}65\ m}$$